

Seyrek Ayırıştırma için Açgözlü Bir Algoritma

A Greedy Algorithm for Sparse Unmixing

Kemal Gürkan Toker, Seniha Esen Yüksel
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Hacettepe Üniversitesi
Ankara, Türkiye
{kgtoker, eyuksel}@ee.hacettepe.edu.tr

Özetçe— Hiperspektral görüntüleme uzamsal çözünürlüğün düşük olması nedeniyle hiperspektral görüntülerdeki pikseller materyallere ait spektral imzaların karışımı halindedir. Seyrek ayırıştırma; bu karışım piksellerinin, varolan spektral kütüphaneler içerisinde bulunan materyallere ait imzaların seyrek doğrusal birleşimi halinde olduğu varsayımı yapar. Fakat bu kütüphaneler içerisinde bulunan materyal imzaları arasında birbirine çok benzeyen imzalar bulunmaktadır. Bu nedenle açgözlü yöntemler ilk iterasyonda olması gereken materyal yerine onun benzeri bir materyali karışım pikseli içerisinde varmış gibi seçebilmektedir. Bu, sonraki materyal seçimlerinde de yanlış seçimlere neden olmaktadır. Bu problemle başa çıkmak için bu çalışmada dikgen eşleştirme algoritması (OMP) türevi bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem sentetik ve gerçek verilerde OMP-Star ve SUnGP yöntemleri ile kıyaslanarak incelenmiştir ve önerilen yöntem ile tatmin edici sonuçlar elde edildiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler — hiperspektral ayırıştırma, seyreklik tabanlı yöntemler

Abstract— Hyperspectral imaging sensors provide image data containing both spatial and detailed spectral information. However, due to low spatial resolution, the pixels in hyperspectral images are actually mixtures of the spectral signatures of the materials. Sparse unmixing assumes that these mixed pixels are sparse linear combinations of different material spectra which are in a spectral library. However, spectral libraries contain materials that have similar spectral characteristics. That's why greedy algorithms may choose incorrect material from the spectral library that is similar to the material in the mixed pixel in the first iteration. This leads to incorrect material selections in the subsequent iterations. In this study, an orthogonal matching pursuit (OMP) variant method is proposed to deal with this issue. Our proposed method is compared to OMP-Star and SunGP methods. Experiments on simulated and real hyperspectral data show that satisfactory results have been achieved by using the proposed method.

Keywords — hyperspectral unmixing, sparsity based methods

I. GİRİŞ

Hiperspektral kameralarla alınan görüntülerde uzamsal çözünürlüğün düşük olması durumunda farklı materyaller tek bir piksel içerisinde yer almaktadır. Bu yüzden görüntüdeki ilgililenen piksellere ait spektraller, materyallerin imzalarının karışımı formunda olmaktadır [1][2]. Spektral ayırıştırma; ölçülen karışım pikselinin bileşenlerine diğer bir adıyla sonelemanlarına ayrıştırılması ve her bir sonelemanın piksel

içerisindeki katışım oranlarının (bolluk değerlerinin) bulunması yöntemidir. Ayırıştırma için karışımın nasıl gerçekleştiğini tanımlayan doğrusal ve doğrusal olmayan modeller bulunmaktadır. Bu çalışmada doğrusal karışım modeli ele alınmıştır. Doğrusal ayırıştırma problemi sonelemanların belirlenmesi ve her bir piksel için katışım oranlarının kestirilmesi olarak iki ana probleme ayrılmaktadır.

Literatüre bakıldığında bazı yöntemler katışım oranlarını ve sonelemanlar birlikte elde etmeye çalışırken bir kısmı da katışım kestirim problemi üzerine yoğunlaşmış ve sonelemanların bilindiği varsayımını yapmaktadır [3]. Bu çalışmada sonelemanların bilindiği varsayımını yapan seyrek regresyon tabanlı yaklaşımlar kullanılmıştır. Bu yaklaşımlar, ayırıştırma problemini doğrusal seyrek regresyon problemi olarak formüle etmektedir. Bu yaklaşımların geliştirilmesindeki motivasyon; soneleman çıkarma yöntemlerinin de gerçek fiziksel imzalarla alakası olmayan imzalar üretmesi ihtimalidir. Bu da spektral ayırıştırma işlemini laboratuvar ortamında toplanan spektral kütüphaneleri kullanma yoluna itmiştir. Böylece ayırıştırma problemi artık imgedeki karışım piksellerini büyük sayıda spektral örnek içeren kütüphane içerisindeki imzalar içerisinde en iyi modelleyen optimum alt kümenin bulunması problemine dönüşmektedir. Piksel vektörleri bu büyük spektral kütüphaneden elde edilen birkaç saf spektral imzanın doğrusal bileşeni olarak gösterilebilir. Bu yöntemlere ek olarak uzamsal bilgi ile spektral bilginin birleştirildiği yöntemler de bulunmaktadır [5][6].

Bu çalışmada OMP türevi bir yöntem önerilmiştir. Spektral kütüphanelerde bulunan materyal imzaları arasında birbirine çok benzeyen imzalar bulunmaktadır. Bu nedenle açgözlü yöntemler kullanılarak ilk iterasyonda yanlış imza seçilmesi ihtimali doğmaktadır. Bu sonraki materyal seçimlerini de etkilemektedir ve karışım piksellerini oluşturan materyaller doğru bulunamamaktadır. Bu problemle başa çıkmak için bu çalışmada dikgen eşleştirme algoritması (OMP) türevi bir yöntem önerilmiştir. Önerilen bu yöntemler karışım pikselleri içerisindeki (i) materyallerin belirlenmesi ve (ii) bu materyaller için katışım oranlarının kestirilmesi için kullanılmıştır. Sentetik ve gerçek veriler üzerinde önerilen yöntemin performansı incelenmiştir. Gürültünün önerilen yöntemin ayırıştırma performanslarına olan etkileri incelenmiştir. Ayrıca önerilen yöntemin performansları seyrek ayırıştırma yöntemlerinden OMP-Star [7] ve SUnGP [8] ile kıyaslanmış ve tatmin edici sonuçlar elde edildiği gözlemlenmiştir.

II. SEYREK AYRIŞTIRMA

A. Doğrusal Karışım Modeli

Bu çalışmada doğrusal karışım modeli üzerinde durulmuştur. Doğrusal karışım modeli bir pikseli sonelemanların katışım katsayıları ile orantılı olarak modeller [2][4]. Her biri L banda sahip p soneleman olan yapı için doğrusal karışım modeli;

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \mathbf{m}_i + \mathbf{w} = \mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{w} \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada \mathbf{y} ; sensör tarafından alınan $L \times 1$ 'lik piksel spektrum vektörünü, \mathbf{M} ise her bir kolonu $L \times 1$ 'lik soneleman \mathbf{m}_i içeren $L \times p$ 'lik bir matrisi ifade eder. \mathbf{a} ise α_i 'lerden oluşan $p \times 1$ 'lik katışım oranı vektörüdür. \mathbf{w} ise gürültü terimidir. Doğrusal karışım modeli için iki kısıt vardır.

$$\alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 \quad (2)$$

Bu kısıtlardan ilki katışım oranlarının negatif olmaması, ikincisi toplamlarının 1'e eşit olmasıdır.

B. Seyrek Ayırıştırma

Son yıllarda seyreklik tabanlı geri oluşturma teknikleri yoğun şekilde çalışılan alanların başında gelmektedir. Bu alanda özellikle Sıkıştırılmış Algılama (SA) [9] teknikleri, ispatlanmış geri oluşturma özellikleri nedeniyle sinyal işleme alanına önemli bir kuramsal yenilik getirmiştir. Seyreklik regresyon tabanlı yöntemler hiperspektral ayırıştırma için de kullanılmaktadır. \mathbf{D} matrisi her bir kolonu saf materyal imzasını gösteren spektral kütüphane matrisini ifade etsin. Bir pikselde olabilecek bütün materyal imzalarını \mathbf{D} matrisinin içerdiğini varsayalım. Bir piksel için \mathbf{y} sinyali aşağıdaki gibi yeniden oluşturulabilir.

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{a} + \boldsymbol{\xi} \quad (3)$$

a sıfırdan farklı eleman sayısı çok az sayıda olan (seyrek) vektördür. Yukarıda bahsedilen bolluk değerleri için kısıtlar hesaba katılmadığında seyrek ayırıştırma aşağıdaki enerji optimizasyon problemi olarak ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \min_a \quad & \|\mathbf{a}\|_0 \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{D}\mathbf{a} - \mathbf{y}\|_2 < \beta \end{aligned} \quad (4)$$

Burada $\|\mathbf{a}\|_0$ a'nın sıfırdan farklı olan elemanlarını göstermektedir. β gürültü ve modelleme hatalarından kaynaklanabilecek hata toleransını ifade etmektedir ve sıfırdan büyüktür.

Bu optimizasyon problemi çözülerek seyrek gösterimler elde edilmektedir ve karışım pikselinin kütüphane içerisindeki hangi spektral imzalardan oluştuğu bulunabilmektedir. Bu yaklaşımdaki zorluklar spektral kütüphanelerin çok büyük olması ve görüntüdeki veri ile kütüphanedeki spektraller arasındaki farklılıklardır. Bolluk değerlerinin negatif

olmaması kısıtı da eklenirse Denklem (4)'teki optimizasyon problemi aşağıdaki hali almaktadır.

$$\begin{aligned} \min_a \quad & \|\mathbf{a}\|_0 \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{D}\mathbf{a} - \mathbf{y}\|_2 < \beta, \quad \mathbf{a} > 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Problem, pratikte genel olarak açgözlü (greedy) seyrek yaklaşımları ile çözülmektedir.

C. Önerilen Yöntem

Bu çalışmada ayırıştırma problemi için önerilen yöntemlerin performansı diğer açgözlü (greedy) yaklaşımlar ile kıyaslanmıştır.

Açgözlü yöntemler iteratif olarak \mathbf{y} 'yi en iyi elde edecek D matrisindeki kolonları seçmektedir. Bu çalışmada önerilen yöntem OMP [10] varyantı bir yöntem olduğu için öncelikle OMP yönteminden bahsedilmektedir.

TABLO 1. OMP YÖNTEMİ

| | |
|---|--|
| Girdi: | ölçülen katışım pikseli \mathbf{y} spektral kütüphane matrisi \mathbf{D} seyreklik değeri c |
| İklendirme: | iterasyon $i=0$ ilk çözüm $\mathbf{a}^0 = 0$ ilk artık (residual) $\mathbf{r}^0 = \mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{a}^0 = \mathbf{y}$ ilk seçilen materyal indisleri matrisi $\mathbf{S}^0 = \emptyset$ |
| Ana iterasyon: (Iterasyonu güncelle) | Saptama: \mathbf{D} matrisi içerisindeki r ile korelasyonu en yüksek olan materyali \mathbf{D}_k bul. |
| | İndeks $\leftarrow \arg\min \left\ \mathbf{D}_k \mathbf{a}^{i-1} - \mathbf{r}^{i-1} \right\ _2^2$ |
| Ekleme: | Bulunan bu üye ile seçilen materyaller matrisini güncelle. $\mathbf{S}^i \leftarrow \mathbf{S}^{i-1} \cup \{\text{indeks}\}$ |
| Kestirme: | Çözümü bu matrise göre güncelle $\mathbf{a}^i \leftarrow \arg\min \left\ \mathbf{D}_{\mathbf{S}^i} \mathbf{a} - \mathbf{y} \right\ _2^2$ |
| Artık değer güncelleme | $\mathbf{r}^i = \mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{a}^i$ |
| | Sonlandırma kriterine göre algoritmaya devam et ya da durdur. |
| Çıktı: seyrek \mathbf{a} çözümü | |

OMP yönteminde ilk iterasyonda, ilk artık değer \mathbf{r}^0 elde edilen piksel spektrumu \mathbf{y} 'ye eşittir. Ayrıca bolluk değer vektörü \mathbf{a}^0 boştur (bütün değerler sıfır). Seçilen materyallerin bulunduğu matris \mathbf{S} de boştur. Her iterasyonda yöntem saptama safhasında artık değer ile en yüksek korelasyona sahip saf materyal imzasını bulmaktadır. Bu materyali, ekleme safhasında materyaller matrisi \mathbf{S} 'e eklemektedir. Kestirme adımında artık değer bu seçilen materyallere göre güncellenmektedir. Buradaki optimizasyon en küçük kareler çözümü ile bulunmaktadır ve bu sayede bu seçilen materyallere göre \mathbf{a} 'nın kestirilen değerlerini hesaplamaktadır. Algoritma durdurma kriteri sağlandığında durmaktadır. Durdurma kriteri artık değer belli bir eşik değerinden küçük olması olabileceği gibi seyreklik değeri de olabilir. Bir materyal birden fazla kez seçilemez.

OMP yönteminde saptama safhasında artık değeri ile kütüphane içerisindeki her bir materyal imzası arasındaki korelasyonu en yüksek bir tane materyal seçilmektedir. Fakat spektral kütüphanelerde bulunan materyal imzaları arasında birbirine çok benzeyen imzalar bulunmasından dolayı OMP yönteminde ilk iterasyonda yanlış imza seçilmesi ihtimali doğmaktadır. Bu sonraki materyal seçimlerini de etkilemektedir ve karışım piksellerini oluşturan materyaller doğru bulunamamaktadır. Bu yüzden önerilen yöntemde ilk iterasyonda korelasyonu en yüksek bir tane materyal seçmek yerine, kütüphane içerisindeki tüm materyaller içerisinde olabilecek tüm ikili kombinasyonlar ile artık değer (İlk iterasyon olduğu için karışım pikseline eşittir.) arasındaki korelasyonu maksimum yapan iki materyal seçilerek bu iki materyal materyaller matrisi S^e eklenmektedir. Bu korelasyon katsayıları; kanonik korelasyon analizi yöntemi [12] ile bulunmaktadır. Bundan sonraki süreç OMP yöntemi ile aynıdır. Sonraki iterasyonlarda OMP yönteminde olduğu gibi tek tek korelasyonlara bakılmaktadır. Örnek olarak kütüphanede 5 materyal imzası var ise ilk iterasyonda 5'in ikili kombinasyonu 10 tane ikili materyal kombinasyonu ile piksel arasındaki korelasyona bakılarak en yüksek olan seçilmektedir. Önerilen yöntemin dezavantajı kütüphanedeki materyal sayısı arttığında bu yöntemin aldığı zaman diğer yöntemlere göre çok daha fazla olacaktır.

Önerilen yöntemin hiperspektral ayrıştırma performansını değerlendirmek için ayrıştırma doğruluğu (unmixing fidelity) $\phi(\alpha)$ metriği kullanılmıştır [7][8].

$$\phi(\alpha) = \left(\frac{|P \cap A|}{|A|} \right) \quad (3)$$

$\phi(\alpha)$ 0 ile 1 arasında değer almaktadır. P, yöntemler ile bulunan x içerisindeki sıfır olmayan elemanların indislerini, A ise gerçek bolluk değeri α içerisindeki sıfır olmayan elemanların indislerini ifade etmektedir. Kütüphane içerisinde hangi materyallerin piksel içerisinde olduğunun doğru olarak bulunduğunu gösteren bir metriktir.

III. DENEYLER

A. Sentetik Veriler için Deneyler

USGS [11] veri kümesinden materyallere ait spektral imzalar kullanılarak deneyler yapılmıştır. USGS kütüphanesi bitki örtüsü, toprak ve kaya parçaları, mineral ve yapay mineral gibi birçok materyalin spektral imzasını içermektedir. USGS kütüphanesinde reflektans değerleri 0.4–2.5 μ m aralığında homojen bir biçimde dağılacak şekilde 224 banttan alınmıştır. Deneylerden önce düşük SNR değerleri ya da su bantları olmasından dolayı (1-2, 105-115, 150-170, 223-224) çıkarılmıştır ve 188 bant kullanılarak deneyler yapılmıştır.

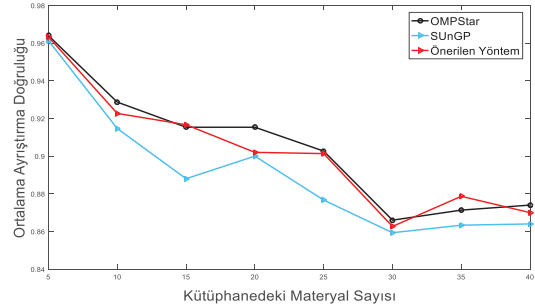
Deneyler sırasında USGS veri kümesinden bazı materyallere ait spektral imzalar alınmıştır ve bu imzalar kullanılarak doğrusal karışım modeli kapsamında sentetik karışım pikselleri elde edilmiştir.

Sentetik veriler ile yapılan ilk deneyde USGS spektral kütüphanesinden farklı sayılarda (5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40) rastgele materyallere ait spektral imzalar alınmıştır ve bu

imzalar kullanılarak doğrusal karışım modeli kapsamında sentetik karışım pikselleri elde edilmiştir. Kütüphanedeki imza sayısı arttığında yöntemlerin performanslarının nasıl etkilendiği incelenmek istenmiştir. Karışım piksellerine 40dB gürültü eklenerek yöntemlerin performansları değerlendirilmiştir. Dirichlet dağılımı kullanılarak materyaller için toplamları 1 olacak şekilde rastgele karışım oranları elde edilmiştir. Karışım oranlarının rastgele elde edilme sürecinde materyallerden sadece 3 ($c=3$) tanesinin karışım oranı sıfır olmayacak şekilde karışım oranları üretilmiştir. Diğer bir deyişle, her bir karışım pikseli maksimum 3 saf materyal imzasının doğrusal birleşiminden oluşmaktadır.

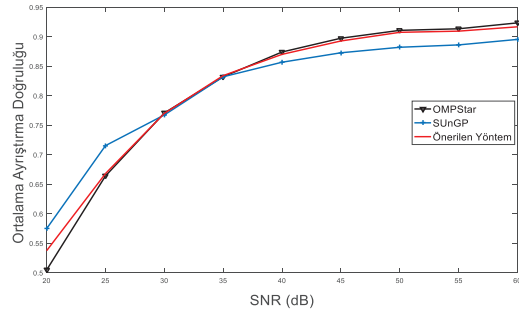
Tüm yöntemlerde seyreklik değeri girdi ($c=3$) olarak verilmiştir. Değerlendirme metriği olarak daha önce bahsedilen ortalama ayrıştırma uygunluğu kullanılmıştır. OMP-Star yönteminde ise f değeri 2, t değeri ise 0.95 olarak seçilmiştir. SUnGP yöntemi için L ilk olarak 2 seçilmiş daha sonra değeri artan materyal sayısı için artırılmıştır. Kütüphane içerisindeki artan materyal sayısı için yöntemlerin ortalama ayrıştırma uygunluğu Şekil 1'de verilmiştir.

Önerilen yöntem OMP-Star yöntemi ile benzer performanslar göstermektedir. SUnGP yöntemine göre ise daha iyi performans göstermektedir.



Şekil 1 Kütüphane içerisindeki artan materyal sayısı için yöntemlerin Ortalama Ayrıştırma Doğruluğu Değerleri

Diğer bir deneyde karışım piksellerinde artan gürültü değerleri için (60, 55, 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20dB) yöntemlerin dayanıklılığı incelenmiştir. USGS kütüphanesinden 40 tane materyal alınarak deneyler bu materyaller ile oluşturulan alt bir kütüphane üzerinde yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 2'de gösterilmektedir. Bu deneyde de diğerleri ile benzer sonuçlar elde edilmiştir. Sentetik veriler ile yapılan deneylerde önerilen yöntem umut vaat eden sonuçlar göstermiştir.

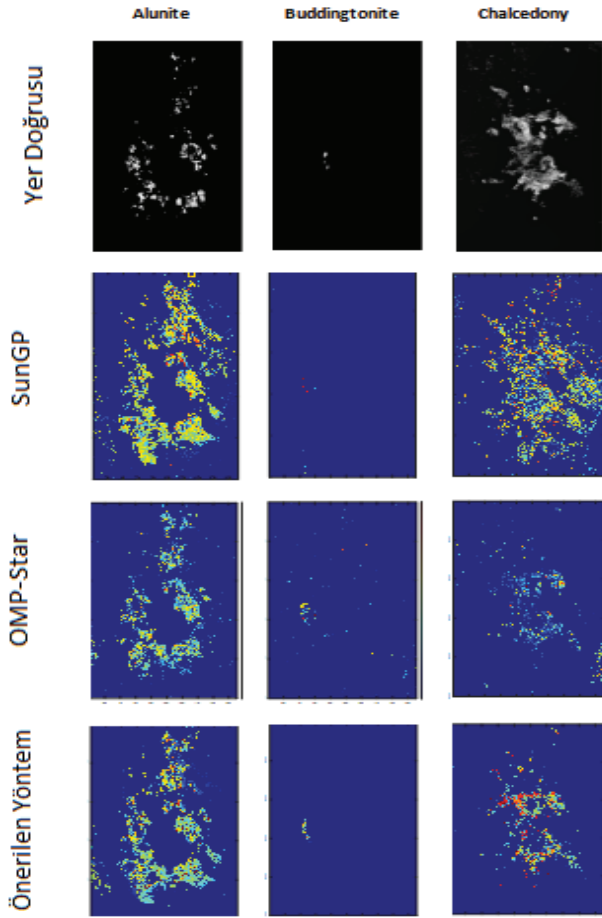


Şekil 2 Farklı gürültü değerleri için yöntemlerin Ortalama Ayrıştırma Doğruluğu Değerleri

B. Gerçek Veriler için Deneyler

Gerçek veri kümesi ile olan deneylerde çok bilinen ve kullanılan AVIRIS Cuprite [13] veri kümesi incelenmiştir. Deneylerde bu verinin 250×190 'lık bir bölümü kullanılmıştır. Bu veri kümesinde de daha önce bahsedildiği gibi bazı bantlar çıkarılmış ve veriler 188 bant kalacak şekilde düzenlenmiştir.

Gerçek veri ile yapılan deneylerde USGS kütüphanesinden 342 materyal seçilmiş ve deneyler bu materyaller ile yapılmıştır. Bu veri için gerçek bolluk değerleri mevcut değildir fakat literatürde büyük kütüphaneler içerisinde piksel içerisinde hangi materyallerin bulunduğu tespitine dair çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmada da benzer bir yaklaşım izlenmiş ve görsel karşılaştırma yapılmıştır. Alunite, Buddingtonite ve Chalcedony için görsel karşılaştırmalar Şekil 3'te gösterilmektedir.



Şekil 3 Yöntemler için sırasıyla Alunite, Buddingtonite ve Chalcedony materyallerine ait bolluk değerleri için görsel karşılaştırma.

Oluşturulan özel kütüphane içerisinde beş çeşit alunite materyali olmasından dolayı Alunite için kestirilen beş farklı bolluk değeri toplanarak o toplam

Şekil 3'te Alunite için kestirilen bolluk değerleri olarak gösterilmektedir. Benzer şekilde Buddingtonite materyalinin iki çeşidi için toplam değerleri şekilde gösterilmektedir. Görsel olarak kıyaslama yapıldığında özellikle Buddingtonite ve Chalcedony materyali için önerilen yöntem ile elde edilen

sonuçların daha az yanlış alarm verdiği, dolayısı ile daha tatmin edici olduğu gözlemlenmiştir.

IV. SONUÇLAR

Bu çalışmada karışım pikselleri içerisindeki materyallerin belirlenmesi ve bu materyaller için katışım oranlarının kestirilmesi için ağgözlü bir yöntem önerilmiştir. Sentetik veriler ile yapılan deneylerde önerilen yöntemin performansı SUNGP yönteminden daha iyi çıkmakla beraber OMP-Star ile yakın sonuçlar vermiştir. Gerçek veriler ile yapılan deneyde görsel olarak kıyaslama yapıldığında özellikle Buddingtonite ve Chalcedony materyali için önerilen yöntem ile elde edilen sonuçların daha tatmin edici olduğu gözlemlenmektedir, çünkü daha az yanlış alarm bulunmaktadır. Önerilen yöntemin avantajı diğer yöntemlerin aksine parametre ayarlamaya gerek olmamasıdır. Fakat uzun zaman almaktadır. Hızlandırılması için yöntemlerin geliştirilmesi planlanmaktadır.

BİLGİLENDİRME

Bu çalışma Tübitak115E318 no'lu proje kapsamında desteklenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Bioucas-Dias, J., Plaza A., Dobigeon N., Parente M., Du Q., Gader P., Chanussot J. "Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches : Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of, 2012.
- [2] Mustard, N. Keshava and J. F., *Spectral unmixing*, IEEE Signal Process. Magazine, 2002
- [3] J. Bioucas-Dias, A. Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Q. Du, P. Gader, J. "Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches: Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of, 2012.
- [4] W. Ma, J. Bioucas-Dias, P. Gader, T. Chan, N. Gillis, A. Plaza, , *A signal processing perspective on hyperspectral unmixing* : IEEE Signal Processing Mag, 2013.
- [5] Qian, S., Jia Y., *Spectral and spatial complexity-based hyperspectral unmixing..* s.l. : in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2007.
- [6] Plaza A., Martinez P., Perez R., Plaza J. 2002. *Spatial/spectral endmember extraction by multidimensional morphological operations.* s.l. : in IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, 2002.
- [7] N. Akhtar, F. Shafait and A. Mian, "Futuristic Greedy Approach to Sparse Unmixing of Hyperspectral Data", in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 53, no. 4, pp. 2157-2174, April 2015. doi: 10.1109/TGRS.2014.2356556
- [8] Akhtar, Naveed, Faisal Shafait, and Ajmal Mian. "SunGP: A greedy sparse approximation algorithm for hyperspectral unmixing." Pattern Recognition (ICPR), 2014 22nd International Conference on. IEEE, 2014.
- [9] D. Donoho, *Compressed sensing*. IEEE Trans. Information Theory, 2006.
- [10] Y. C. Pati, R. Rezaifar, and P. S. Krishnaprasad. "Orthogonal matching pursuit: Recursive function approximation with applications to wavelet decomposition." In Proc. IEEE Conf. Record of the Asilomar Conf. On Sig. Sys. Comp, 1993.
- [11] USGS hyperspectral library. <http://speclab.cr.usgs.gov/spectrallib>
- [12] H. Hotelling, "Relations Between Two Sets of Variates," Biometrika, vol. 28, no. 3/4, pp. 321-377, Dec. 1936.
- [13] R. Green, M. L. Eastwood, C. M. Sarture, T. G. Chrien, M. Aronsson, B. J. Chippendale, J. A. Faust, B. E. Pavri, C. J. Chovit, M. Soils, M. R. Olah, and O. Williams, "Imaging spectroscopy and the airborne visible/infrared imaging spectrometer (aviris)," Remote Sensing of Environment, vol. 65